2次元非線形波動系の軌道不安定性とトポロジカルな渦のダイナミックス(ソリトン系のダイナミックスとそれに関するカオスの問題,研究会報告)

石森, 勇次; 宮本, 範親

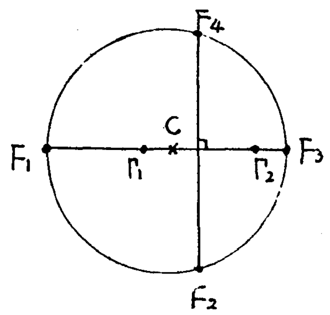

図　2.

の円周上が Γ_3 の位置である。図２で $\Gamma_1\Gamma_2$ を結ぶ線と円との交点 F_1F_3 と $\Gamma_1\Gamma_2$ の垂直二等分線と円との交点 F_2F_4 が剛体回転解であり，前の２つが一直線解，後の２つが正三角形解となる。さらに，衝突をおこすのは初期位置が $\widehat{F_1F_2}$ 上と $\widehat{F_3F_4}$ 上であり，膨脹するのは $\widehat{F_2F_3}$ 上と $\widehat{F_4F_1}$ 上であることもわかる。

最後に衝突点を越しての解析接続性についてであるが，これに関しては相似解の時間部分（7）が，$(t-t^*)^{1/2}$ という形を持っており，（t^* は衝突時間）$t>t^*$ では物理量が本質的に虚数になってしまい，解析接続不能である。このことはクーロン粒子が直衝突において弾性反発という解析接続解を持つことと対照的である。

参考文献

Y. Kimura and H. Hasimoto, J. P. S. J. **54** (11) 1985 pp. 4069–4072.

Y. Kimura and H. Hasimoto, J. P. S. J. **55** (1) 1986 pp. 5–8.

Y. Kimura and H. Hasimoto, *Proc. 7th Kyoto Summer Institute, Dynamical Problems in Soliton Systems, Kyoto 1984* (Springer)

H. Hasimoto, K. Ishii, Y. Kimura and M. Sakiyama, *Proc. Int. Symp. Turbulence and Chaotic Phenomena in Fluids, Kyoto 1984* (North Holland).

H. Aref, Phys. Fluids **22**. 1979 pp. 393–400.

J. L. Synge, Can. J. Math. **1**. 1949 pp. 257–270.

2次元非線形波動系の軌道不安定性と トポロジカルな渦のダイナミックス

京大・工　石森勇次，宮本範親

トポロジカルな欠陥を許す非線形波動系の積分可能性と，欠陥のダイナミックスがどのようにかかわっているのか。特に秩序パラメータの成分が２で空間の次元が２の系（そのような系として最も簡単な系はグロス＝ピタエフスキー方程式及びヒッグス方程式である）で考える。この様な系の許すトポロジカルに安定な欠陥は渦である。前回の研究会において我々は，渦間

距離が渦のコア半径より十分大きい時，渦のダイナミックスが有限自由度の問題に帰着できることを示し，もとの系の持っていた基本的な保存量（エネルギー，運動量，角運動量，チャージ）とどのような関係にあるか論じた。更に少数自由度の渦の振舞いがカオス的であることから，もとの系には基本的な保存量以外の保存量は存在せず，従って積分可能系ではないことを示した。（J. Phys. Soc. Jpn. 1986, No.1）

今回我々は，渦間距離が渦のコアー半径と同程度の場合を考える。この場合上記のような単純化はできないので，計算機シミュレーションを行った。グロス＝ピタエフスキー方程式，ヒッグス方程式，どちらも細部は別にして同じような結果を示したので，ここではグロス＝ピタエフスキー方程式

$$2i\Phi_t + \nabla^2\Phi + (1 - |\Phi|^2)\Phi = 0, \tag{1}$$

を考える。我々は上式をエネルギーの保存する有限差分法を用いて数値的に解いた。空間及び時間の差分巾は各々 0.3，0.02 に取り格子点は 100 × 100 とした。また境界条件は周期境界条件を取った。

(1) 渦の衝突実験

２つの渦対（巻数＝±１）の衝突の実験を行い，その際の軌道不安定性を調べた。２つの渦対は互いに離れている時安定に伝播し，位相空間上の僅かに異なる初期値から出発した２つの軌道のずれが，時間と共にほぼ線形に増大し軌道は安定だった。２つの渦対が衝突すると，渦対の＋1，－1の渦間距離は小さくなり数回の衝突の後，消滅した。衝突の際軌道のずれの傾きが大きくなり，対数目盛りで見ると軌道のずれが指数関数的に増大しており，軌道が不安定である事がわかった。

(2) エルゴード問題

１つのフーリエモードにエネルギーを与えた時。その値によって軌道のずれがどのように時間発展するか調べた。上記 (1) の結果から，渦のコアー同士の衝突や渦の消滅が，軌道不安定の素過程になっていることが予想されるが，実験はまさにその様な結果を与えた。即ち与えたエネルギーが小さい時，渦の発生はなく軌道は安定であった。エネルギーがある臨界値を越えると渦の発生が見られ軌道は不安定になった。運動エネルギーのスペクトラムを調べると，軌道が安定な時，エネルギーは一部のモードにしか分配されなかった。一方，軌道が不安定な時，エネルギーは，各モードに広く分配された。図１に高エネルギー（$E = 583$）の時の軌道のずれを示した。渦の生成及び消滅は $t = 10 \sim 100$ で見られた。図２には，運動エネルギーのスペクトラムを示した。

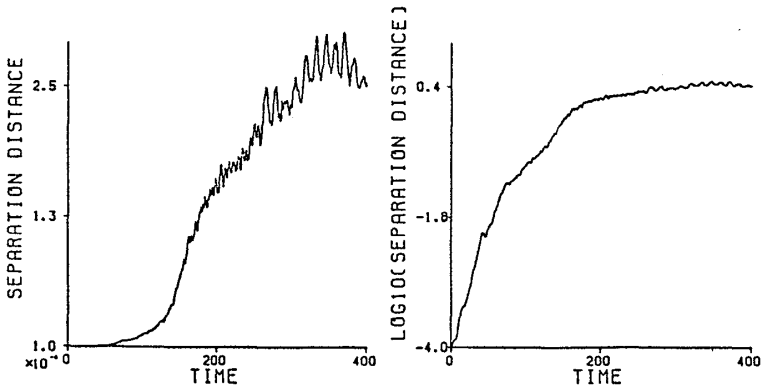
SEPARATION DISTANCE
2.5
1.3
1.0
0
200
400
TIME
LOG10(SEPARATION DISTANCE)
0.4
-1.8
-4.0
0
200
400
TIME

図　1.

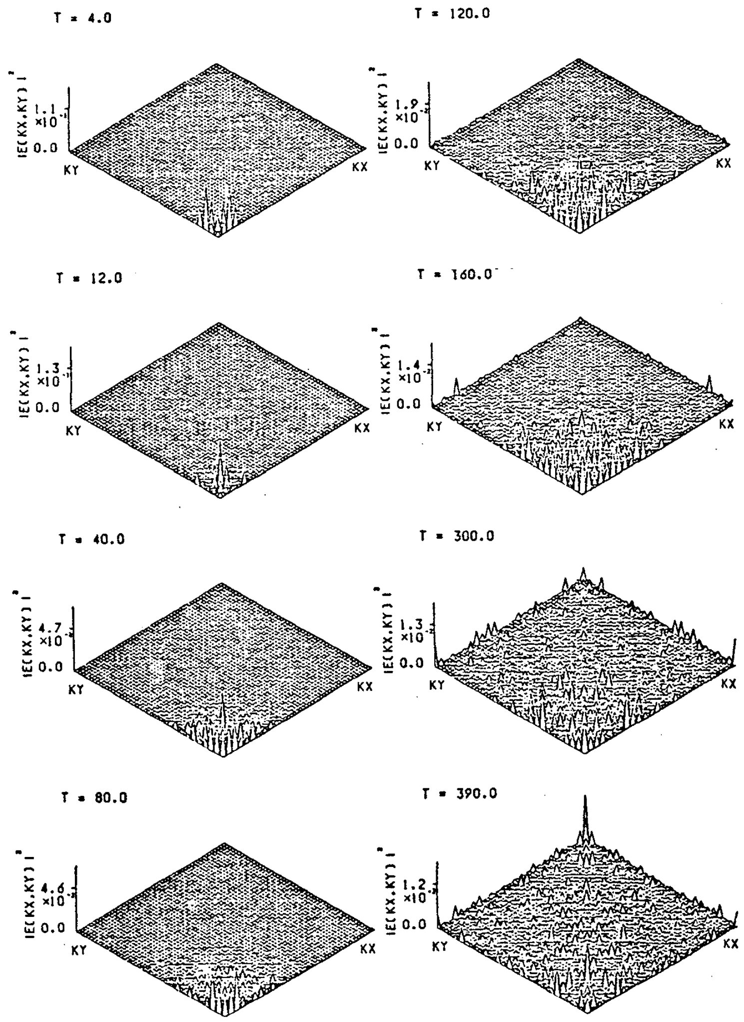
T = 4.0
T = 120.0
T = 12.0
T = 160.0
T = 40.0
T = 300.0
T = 80.0
T = 390.0
|E(KX,KY)|
0.0
KY
KX

図　2.